Question 21 - Comment peut-on parvenir à la connaissance de la vérité ?

Introduction

(a) Problématique : Selon la discipline, l'objet étudié, le moyen utilisé pour parvenir à la vérité est différent. En mathématiques, on utilise la démonstration ; dans les sciences de la nature, l'expérience. Qu'est-ce qui distingue la démonstration et l'expérience ? La démonstration semble être un modèle de certitude, et l'expérimentation un modèle de rigueur scientifique, mais les prétentions de ces modèles correspondent-elles à la réalité si on examine attentivement leur fonctionnement ?

I - La démonstration

A. Qu'est-ce qu'une démonstration ?

Sens large et sens strict	Au sens large, la démonstration est simplement une preuve d'une affirmation ou d'un fait, et en ce sens, on peut se demander si l'expérience permet de démontrer la vérité d'une théorie. Au sens strict, la démonstration se rapporte à la démonstration telle qu'elle est pratiquée dans les mathématiques, et elle se distingue alors nettement de l'expérience (qui relève des sciences de la nature).
Déduction et induction	Une démonstration se fonde sur un raisonnement purement logique, que l'on nomme une déduction. Tout raisonnement est une forme d'inférence qui tire une conclusion à partir de prémisses (les prémisses sont les points de départ du raisonnement). Il y a deux grandes formes de raisonnement, selon le lien établi entre les prémisses et la conclusion. – Dans une déduction, si les prémisses sont vraies, alors la conclusion est nécessairement vraie. La déduction repose sur des liens conceptuels entre des idées. (*Exemple* : Tout nombre divisible par deux est un nombre pair. 4 est un nombre divisible par deux. Donc : 4 est un nombre pair). – Dans l'induction, si les prémisses sont vraies, alors la conclusion est probablement vraie. L'induction repose sur un généralisation à partir d'un ensemble d'observations sur le monde. (*Exemple* : Nous sommes en été. Il a fait beau ces derniers jours. Il n'y a eu aucun nuage aujourd'hui. Donc : Il fera beau demain).
1 démonstration = 1 déduction + des prémisses reconnues comme vraies	Il ne suffit pas de faire une déduction pour faire une démonstration. On peut en effet raisonner de manière logique à partir d'affirmations en elles-mêmes absurdes, qui conduisent, par déduction logique, à une affirmation absurde, que l'on n'aura pas pour autant démontré. (*Exemple* : Tous les animaux sont des chaises. Toutes les chaises sont des nombres premiers. Donc, tous les animaux sont des nombres premiers. — Ce raisonnement est une déduction logique, mais on ne peut pas dire qu'on a démontré que tous les animaux sont des nombres premiers). Pour qu'il y ait une démonstration, il faut déduire logiquement une conclusion à partir de prémisses reconnues commes vraies.
2 buts de la démonstration	La démonstration a deux finalités : (i) on cherche à prouver avec certitude la vérité d'une affirmation, d'un théorème ; (ii) on cherche aussi à comprendre l'architecture d'un univers intellectuel. C'est ce souligne Frege, dans *Les Fondements de l'arithmétique* : « [I]l est inscrit dans l'essence des mathématiques que partout où l'on peut donner une preuve, elle est préférable à une confirmation inductive. Euclide prouve ce qu'on lui aurait bien volontiers accordé. Et quand la rigueur euclidienne a paru ne plus suffire, ont commencé les recherches qui se sont greffées sur l'axiome des parallèles. Ainsi, le mouvement qui s'est donné pour but d'atteindre une rigueur extrême a largement dépassé ses premières motivations et celles-ci ne cessent de s'amplifier et d'accroître leur exigence. C'est que la preuve n'a pas pour seule fin de libérer une proposition du doute ; elle permet en outre de pénétrer la dépendance relative des vérités. Une fois persuadé qu'un bloc de rocher est inébranlable parce qu'on a essayé sans succès de le faire bouger, on peut se demander ce qui le soutient si solidement. Plus on poursuivra la recherche, moins nombreuses seront les vérités fondamentales auxquelles on pourra tout ramener, et cette simplification est déjà en elle-même un but digne d'efforts. »
L'axiomatisation	Pour prouver un théorème, il faut le démontrer à partir de propositions déjà démontrées. Si on poursuit cette démarche, on est amené à remonter vers des principes premiers, vers les premiers fondements d'une théorie, (ce sont les axiomes de cette théorie). Dans l'histoire des mathématiques, on observe une telle démarche d'axiomatisation dès l'Antiquité dans les *Éléments* d'Euclide. Sur le modèle d'Euclide, cf. ce que Blanché écrit dans *L'axiomatique* (chap.I, §1) : « La géométrie classique, sous la forme que lui a donnée Euclide dans ses *Éléments*, a longtemps passé pour un modèle insurpassable, et même difficilement égalable, de théorie déductive. Les termes propres à la théorie n'y sont jamais introduits sans être définis; les propositions n'y sont jamais avancées sans être démontrées, à l'exception d'un petit nombre d'entre elles qui sont énoncées d'abord à titre de principes: la démonstration ne peut en effet remonter à l'infini et doit bien reposer sur quelques propositions premières, mais on a pris soin de les choisir telles qu'aucun doute ne subsiste à leur égard dans un esprit sain. Bien que tout ce qu'on affirme soit empiriquement vrai, l'expérience n'est pas invoquée comme justification: le géomètre ne procède que par voie démonstrative, il ne fonde ses preuves que sur ce qui a été antérieurement établi, en se conformant aux seules lois de la logique. Chaque théorème se trouve ainsi relié, par un rapport nécessaire, aux propositions dont il se déduit comme conséquence, de sorte que, de proche en proche, se constitue un réseau serré où, directement ou indirectement, toutes les propositions communiquent entre elles. L'ensemble forme un système dont on ne pourrait distraire ou modifier une partie sans compromettre le tout. Ainsi, "les Grecs ont raisonné avec toute la justesse possible dans les mathématiques, et ils ont laissé au genre humain des modèles de l'art de démontrer" (Leibniz, *Nouveaux Essais*, IV, II, 13). Avec eux, la géométrie a cessé d'être un recueil de recettes pratiques ou, au mieux, d'énoncés empiriques, pour devenir une science rationnelle. »

B. Les limites de la démonstration

Démon-stration et intuition	La démonstration a certes une place essentielle dans la pratique des mathématiques. Mais la recherche mathématique repose aussi sur l'intuition de connexions, de liens, d'analogies entre différentes idées mathématiques. Avant de démontrer, il faut avoir une idée de ce qu'on veut démontrer, et c'est l'intuition qui permet alors d'ouvrir une voie de recherche. Deux citations éclairantes sur ce point : « C'est par la logique que nous prouvons. C'est par l'intuition que nous inventons » (Poincaré) ; « La déduction est à l'aveugle ce que l'intuition est au paralytique, l'une avance mais ne se voit pas, l'autre voit mais n'avance pas » (René Thom)
Le statut des axiomes	On ne voit pas comment on pourrait démontrer les axiomes eux-mêmes, étant donné que les axiomes sont les principes les plus élémentaires d'une théorie. Qu'est-ce qui permet alors d'affirmer la vérité des axiomes si on ne peut pas les démontrer ? – Faut-il considérer que les axiomes sont des vérités évidentes par elles-mêmes ? C'est notamment la position de Pascal : « Nous connaissons la vérité non seulement par la raison mais encore par le cour. C'est de cette dernière sorte que nous connaissons les premiers principes et c'est en vain que le raisonnement, qui n'y a point de part essaie de les combattre. Les pyrrhoniens, qui n'ont que cela pour objet, y travaillent inutilement. Nous savons que nous ne rêvons point. Quelque impuissance où nous soyons de le prouver par raison, cette impuissance ne conclut autre chose que la faiblesse de notre raison, mais non pas l'incertitude de toutes nos connaissances, comme ils le prétendent. Car les connaissances des premiers principes : espace, temps, mouvement, nombres, sont aussi fermes qu'aucune de celles que nos raisonnements nous donnent et c'est sur ces connaissances du cœur et de l'instinct qu'il faut que la raison s'appuie et qu'elle y fonde tout son discours. Le cœur sent qu'il y a trois dimensions dans l'espace et que les nombres sont infinis et la raison démontre ensuite qu'il n'y a point deux nombres carrés dont l'un soit double de l'autre. Les principes se sentent, les propositions se concluent et le tout avec certitude quoique par différentes voies et il est aussi inutile et aussi ridicule que la raison demande au cœur des preuves de ses premiers principes pour vouloir y consentir, qu'il serait ridicule que le cœur demandât à la raison un sentiment de toutes les propositions qu'elle démontre pour vouloir les recevoir. » (*Pensées* L100) – Mais l'histoire des mathématiques montre que des principes qui semblaient évidents en eux-mêmes se sont en fait révélés partiellement faux. Par exemple l'idée que "le tout est plus grand que la partie" semble évidente, mais en fait dans le cas d'une partie infinie d'un ensemble infini, cela n'est plus vrai : notamment, l'ensemble des nombres entiers (le tout) n'est pas plus grand que l'ensemble des nombres pairs (la partie). En géométrie, l'axiome des parallèles ("par un point extérieur à une droite passe une et une seule parallèle) semble évident – pourtant il existe des géométries dites non-euclidiennes par lesquels, par un point extérieur à une droite, on a une infinité de parallèles, ou bien aucune). – Plusieurs systèmes axiomatiques semblent donc possibles, avec des théorèmes différents. Une vérité démontrée ne l'est qu'à l'intérieur d'un système théorique particulier. Le choix d'un cadre théorique par rapport à un autre, n'est pas une question de vérité, mais d'utilité, de pertinence. C'est notamment la position de Poincaré : « Dès lors, que doit-on penser de cette question : La géométrie euclidienne est-elle vraie ? Elle n'a aucun sens. Autant demander si le système métrique est vrai et les anciennes mesures fausses ; si les coordonnées cartésiennes sont vraies et les coordonnées polaires fausses. Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre ; elle peut seulement être plus commode. » (*La Science et l'Hypothèse*, ch. III)

II – L'expérience

A. L'empirisme

L'expérience comme point de départ pour construire une théorie	Il faudrait partir des faits, de l'observation du réel avant de chercher à construire une théorie (cf. la représentation de Platon et d'Aristote dans la fresque de Raphaël, *L'École d'Athènes*). Sans l'expérience, l'esprit serait une "table rase" (Locke) : il serait impossible d'avoir une connaissance *a priori* du monde. Hume affirme en ce sens que : « Si nous raisonnons *a priori*, n'importe quoi peut paraître capable de produire n'importe quoi. La chute d'un galet peut, pour autant que nous le sachions, éteindre le soleil [...]. C'est seulement l'expérience qui nous apprend la nature et les limites de la cause et de l'effet et nous rend capables d'inférer l'existence d'un objet de celle d'un autre. » (*Enquête sur l'entendement humain*).
L'expérience comme preuve de la vérité d'une théorie	Une fois la théorie construite, il faudrait la vérifier en faisant des expériences, et si on a observé une confirmation de la théorie de nombreuses fois dans l'expérience, alors on pourrait en tirer, par induction, que cette théorie est vraie. L'empirisme conduit ainsi à l'idée que « le corps du savoir scientifique se contruit par induction à partir de ces fondements sûrs que constituent les données d'observation. Plus les faits établis par l'observation et l'expérience s'accumulent et plus ils deviennent sophistiqués et spécialisés au fur et à mesure que nos observations et nos expériences s'améliorent, plus grands sont le degré de généralité et le domaine d'application des théories qu'un raisonnement inductif bien mené permet de construire. La science progresse de manière continue, elle va de l'avant et se surpasse continuellement, prenant appui sur un corpus de données d'observation toujours plus grand. [...] L'objectivité de la science inductiviste provient de ce que l'observation et le raisonnement inductif sont eux-mêmes onjectifs. » (A. Chalmers, *Qu'est-ce que la science ?*)

B. Les critiques de l'empirisme

L'expérience est-elle vraiment le point de départ des théories scienti-fiques ?	– L'histoire des sciences semble montrer que le plus souvent, c'est la théorie qui précède l'expérience. Par exemple, la planète Neptune a d'abord été une hypothèse théorique avant d'être observée réellement. Urbain Le Verrier cherchait à comprendre le décalage entre la trajectoire théorique (calculée grâce aux lois de Newton) et la trajectoire réelle d'Uranus : son hypothèse est qu'il existe une planète qui, du fait de sa masse et de sa position, attire Uranus dans une trajectoire qui n'est pas celle initialement calculée (sans prendre en compte cette planète). Urbain Le Verrier calcule la masse et la position théoriques de cette planète ; il envoie ses résultats à Galle, en lui indiquant où il devrait pouvoir observer dans le ciel cette planète ; Galle observe bel et bien cette "nouvelle" planète que l'on appelera Neptune. – Quelles sont les raisons pour lesquelles la théorie précède l'expérience ? (i) L'expérience, dans sa finalité, vise à tester une théorie. C'est la théorie qui définit ce qu'on cherche à observer : l'observation dans une expérimentation n'est pas passive, elle est une recherche active d'informations, guidée par la théorie. (ii) L'expérience, du point de vue des moyens employés, repose sur des instruments scientifiques de mesure et d'observation. Or la fabrication et l'utilisation de ces instruments scientifiques dépendent de la maîtrise de théories scientifiques (la contruction d'un microscope à effet tunel repose sur la connaissance d'un phénomène (l'effet tunnel) qui relève de la physique quantique ; l'utilisation d'imageries médicales par radiographie suppose des connaissances médicales). Bachelard écrit en ce sens que « les instruments ne sont que des théories matérialisées. Il en sort des phénomènes qui portent de toutes parts la marque théorique ». De manière plus générale, c'est la théorie qui permet de définir un protocole expérimental qui doit permettre d'obtenir des conditions optimales d'observation.
L'expérience peut-elle vraiment jouer le rôle d'une preuve ?	– L'expérience permet-elle vraiment de prouver la vérité d'une théorie ? Ne faut-il pas critiquer l'induction par laquelle on passe d'une série d'observations particulières à l'affirmation d'une vérité générale ? Même si une théorie se vérifie de nombreuses fois dans des expériences diverses, il est possible qu'il y ait une exception que l'on n'ait pas encore pris en compte. Dans l'histoire des sciences, on peut prendre l'exemple de la théorie de Newton : elle s'appliquait très bien à de nombreux phénomènes très différents : l'explication de la trajectoire d'un projectile, des marées, du mouvement des planètes..., de sorte qu'on a cru qu'elle énonçait une vérité définitive sur le monde. Pourtant Einstein a montré que les lois de Newton ne sont que des approximations, qui ne fonctionnent plus lorsqu'on a des vitesses qui s'approchent de celle de la lumière. – Si l'expérience ne peut constituer une preuve définitive de la vérité d'une théorie, elle semble permettre de pouvoir prouver la fausseté d'une théorie. En effet, si à partir d'une théorie, on déduit une conséquence que l'on devrait pouvoir observer, et si l'expérience montre que l'on n'obtient pas cette conséquence, cela signifie que la théorie n'est pas bonne : on a alors déduit logiquement la fausseté de la théorie à partir de l'expérience. Et il s'agit bien d'une déduction logique, et non d'une induction, ce qui autorise dans ce cas-là à dire que l'expérience peut prouver la fausseté d'une théorie. – Toute la démarche scientifique repose sur ce principe selon Popper : une théorie scientifique est une théorie ouverte à la critique, qui ne s'immunise pas contre la critique, et qui cherche donc à faire des expériences pour tester les théories, pour les éprouver. Une théorie n'est scientifique que si elle est réfutable. – Mais l'expérience peut-elle vraiment jouer le rôle de critère de fausseté ? Peut-il y avoir vraiment pour une théorie ce que l'on appelle une "expérience cruciale" ? Si l'expérience n'est pas en accord avec la théorie, il y a trois possibilités : (i) la théorie est fausse, (ii) l'expérience est faussée (cas des neutrinos), (iii) on peut sauver la théorie en ajoutant, supprimant ou modifiant des hypothèses secondaires (cas de la découverte de Neptune : l'observation de la trajectoire d'Uranus ne correspond pas à ce que l'on trouve grâce à un calcul à partir des lois de Newton, mais cela ne signifie pas pour Urbain Le Verrier que la théorie de Newton est fausse : il ajoute simplement une hypothèse, selon laquelle il doit exister une "nouvelle" planète (Neptune) qui explique le problème qui se posait).